狭义相对论

陈祖成

北京师范大学天文系
北京师范大学珠海校区自然科学高等研究院引力波与宇宙学实验室

2023 年 10 月 12 日

本章内容

牛顿力学时空观的困难

牛顿力学时空观

时间和空间是彼此独立的，互不相关，并且不受物质和运动的影响。

牛顿力学的困难

- 赫兹于 1888 年证实了电磁波的存在，验证了麦克斯韦电磁理论的正确性
- 麦克斯韦方程组还预言电磁波在真空中的速度 c 是一个常数
- 绝对时空 $\Rightarrow$ 以太理论
- 迈克尔逊–莫雷实验否定了以太的存在

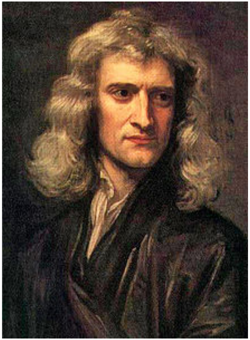


图: 1689 年的牛顿

牛顿力学时空观的困难

牛顿力学时空观

时间和空间是彼此独立的，互不相关，并且不受物质和运动的影响。

牛顿力学的困难

- 赫兹于 1888 年证实了电磁波的存在，验证了麦克斯韦电磁理论的正确性
- 麦克斯韦方程组还预言电磁波在真空中的速度 c 是一个常数
- 绝对时空 $\Rightarrow$ 以太理论
- 迈克尔逊--莫雷实验否定了以太的存在

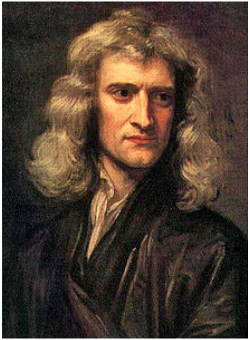


图: 1689 年的牛顿

牛顿力学时空观的困难

牛顿力学时空观

时间和空间是彼此独立的，互不相关，并且不受物质和运动的影响。

牛顿力学的困难

- 赫兹于 1888 年证实了电磁波的存在，验证了麦克斯韦电磁理论的正确性
- 麦克斯韦方程组还预言电磁波在真空中的速度 c 是一个常数
- 绝对时空 $\Rightarrow$ 以太理论
- 迈克尔逊--莫雷实验否定了以太的存在

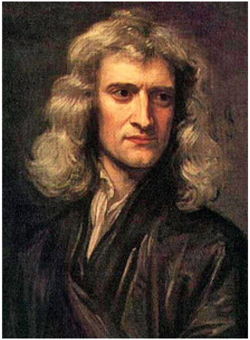


图: 1689 年的牛顿

牛顿力学时空观的困难

牛顿力学时空观

时间和空间是彼此独立的，互不相关，并且不受物质和运动的影响。

牛顿力学的困难

- 赫兹于 1888 年证实了电磁波的存在，验证了麦克斯韦电磁理论的正确性
- 麦克斯韦方程组还预言电磁波在真空中的速度 c 是一个常数
- 绝对时空 $\Rightarrow$ 以太理论
- 迈克尔逊--莫雷实验否定了以太的存在

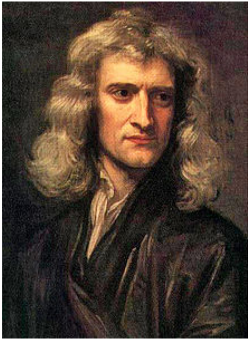


图: 1689 年的牛顿

牛顿力学时空观的困难

牛顿力学时空观

时间和空间是彼此独立的，互不相关，并且不受物质和运动的影响。

牛顿力学的困难

- 赫兹于 1888 年证实了电磁波的存在，验证了麦克斯韦电磁理论的正确性
- 麦克斯韦方程组还预言电磁波在真空中的速度 c 是一个常数
- 绝对时空 $\Rightarrow$ 以太理论
- 迈克尔逊--莫雷实验否定了以太的存在

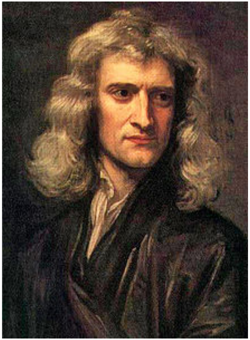


图: 1689 年的牛顿

两条基本原理

1905 年，爱因斯坦创造性地提出了狭义相对论！

相对性原理

所有物理规律在任何惯性系中都具有相同的形式。也就是说，所有惯性系都是平权的。

光速不变原理

在一切惯性系中，光在真空中的速率恒为 c，与光源的运动状态无关。

图：1904 年的爱因斯坦

两条基本原理

1905 年，爱因斯坦创造性地提出了狭义相对论！

相对性原理

所有物理规律在任何惯性系中都具有相同的形式。也就是说，所有惯性系都是平权的。

光速不变原理

在一切惯性系中，光在真空中的速率恒为 c，与光源的运动状态无关。

图: 1904 年的爱因斯坦

两条基本原理

1905 年，爱因斯坦创造性地提出了狭义相对论！

相对性原理

所有物理规律在任何惯性系中都具有相同的形式。也就是说，所有惯性系都是平权的。

光速不变原理

在一切惯性系中，光在真空中的速率恒为 c，与光源的运动状态无关。

图：1904 年的爱因斯坦

洛仑兹变换的推导

- S' 系沿着 S 系的 x 轴正向以速度 u 做匀速直线运动
- x'，y'，z' 分别与 x，y，z 轴平行
- $t' = t = 0$ 时，O' 与 O 重合
- 同一事件 P 在 S' 系和 S 系的坐标分别为 (x', y', z', t') 和 (x, y, z, t)

(x', y', z', t') 和 (x, y, z, t) 满足什么关系？

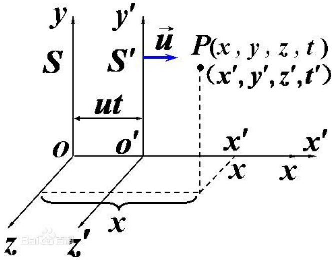


图: 相对匀速运动的坐标系

洛仑兹变换的推导

- S' 系沿着 S 系的 x 轴正向以速度 u 做匀速直线运动
- x'，y'，z' 分别与 x，y，z 轴平行
- $t'=t=0$ 时，O' 与 O 重合
- 同一事件 P 在 S' 系和 S 系的坐标分别为 (x',y',z',t') 和 (x,y,z,t)

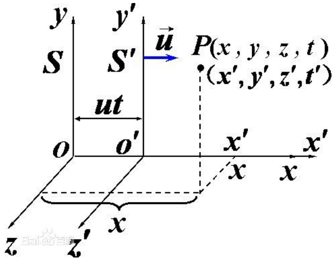


图: 相对匀速运动的坐标系

(x',y',z',t') 和 (x,y,z,t) 满足什么关系？

洛仑兹变换的推导

- S' 系沿着 S 系的 x 轴正向以速度 u 做匀速直线运动
- x'，y'，z' 分别与 x，y，z 轴平行
- $t'=t=0$ 时，O' 与 O 重合
- 同一事件 P 在 S' 系和 S 系的坐标分别为 (x',y',z',t') 和 (x,y,z,t)

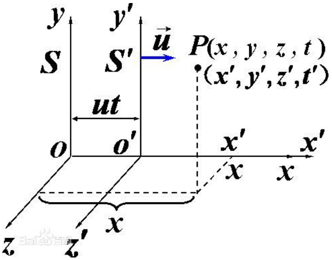


图: 相对匀速运动的坐标系

(x',y',z',t') 和 (x,y,z,t) 满足什么关系？

洛仑兹变换的推导

- S' 系沿着 S 系的 x 轴正向以速度 u 做匀速直线运动
- x'，y'，z' 分别与 x，y，z 轴平行
- $t' = t = 0$ 时，O' 与 O 重合
- 同一事件 P 在 S' 系和 S 系的坐标分别为 (x', y', z', t') 和 (x, y, z, t)

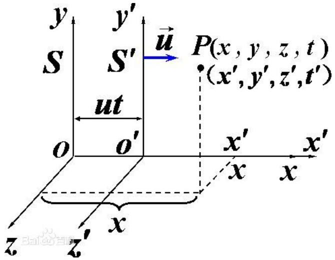


图: 相对匀速运动的坐标系

(x', y', z', t') 和 (x, y, z, t) 满足什么关系？

洛仑兹变换的推导

- S' 系沿着 S 系的 x 轴正向以速度 u 做匀速直线运动
- x'，y'，z' 分别与 x，y，z 轴平行
- $t' = t = 0$ 时，O' 与 O 重合
- 同一事件 P 在 S' 系和 S 系的坐标分别为 (x', y', z', t') 和 (x, y, z, t)

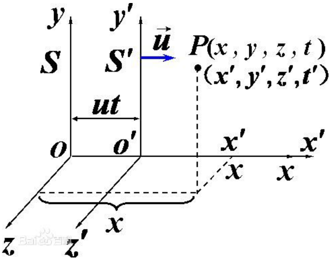


图: 相对匀速运动的坐标系

(x', y', z', t') 和 (x, y, z, t) 满足什么关系？

洛仑兹变换的推导

- S' 系沿着 S 系的 x 轴正向以速度 u 做匀速直线运动
- x'，y'，z' 分别与 x，y，z 轴平行
- $t' = t = 0$ 时，O' 与 O 重合
- 同一事件 P 在 S' 系和 S 系的坐标分别为 (x', y', z', t') 和 (x, y, z, t)

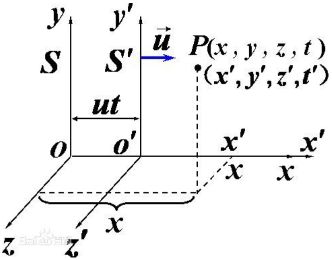
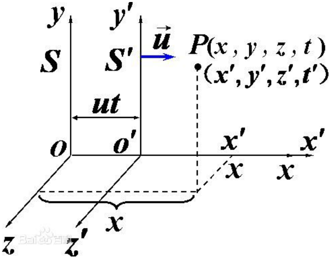


图: 相对匀速运动的坐标系

(x', y', z', t') 和 (x, y, z, t) 满足什么关系？

洛仑兹变换的推导

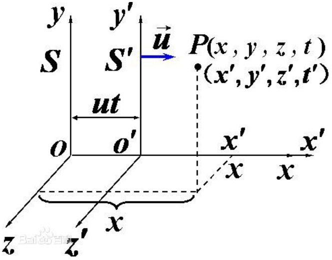
- 显然有 $y' = y$ 和 $z' = z$
- 考虑 O 点
  在 S 系，$x = 0$
  在 S' 系，$x' = -ut' \Rightarrow x' + ut' = 0$
  假设 P 点：$x = \gamma(x' + ut')$
- 考虑 O' 点
  假设 P 点：$x' = \gamma'(x - ut)$
  相对性原理 $\Rightarrow x' = \gamma(x - ut)$
- 考虑 $t' = t = 0$ 时，从 O（或 O'）沿 x 轴发出的一束光
  光速不变原理 $\Rightarrow x = ct, \quad x' = ct'$



图：相对匀速运动的坐标系

洛仑兹变换的推导

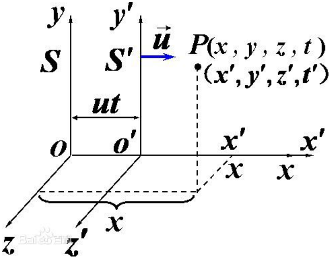
- 显然有 $y' = y$ 和 $z' = z$
- 考虑 O 点
  在 S 系，$x = 0$
  在 S' 系，$x' = -ut' \Rightarrow x' + ut' = 0$
  假设 P 点：$x = \gamma(x' + ut')$
- 考虑 O' 点
  假设 P 点：$x' = \gamma'(x - ut)$
  相对性原理 $\Rightarrow x' = \gamma(x - ut)$
- 考虑 $t' = t = 0$ 时，从 O（或 O'）沿 x 轴发出的一束光
  光速不变原理 $\Rightarrow x = ct, \quad x' = ct'$



图：相对匀速运动的坐标系

洛仑兹变换的推导

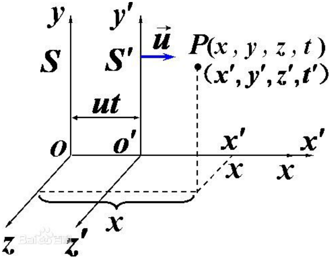
- 显然有 $y' = y$ 和 $z' = z$
- 考虑 O 点
  在 S 系，$x = 0$
  在 S' 系，$x' = -ut' \Rightarrow x' + ut' = 0$
  假设 P 点：$x = \gamma(x' + ut')$
- 考虑 O' 点
  假设 P 点：$x' = \gamma'(x - ut)$
  相对性原理 $\Rightarrow x' = \gamma(x - ut)$
- 考虑 $t' = t = 0$ 时，从 O（或 O'）沿 x 轴发出的一束光
  光速不变原理 $\Rightarrow x = ct, \quad x' = ct'$



图：相对匀速运动的坐标系

洛仑兹变换的推导

- 显然有 $y' = y$ 和 $z' = z$
- 考虑 O 点
  在 S 系，$x = 0$
  在 S' 系，$x' = -ut' \Rightarrow x' + ut' = 0$
  假设 P 点：$x = \gamma(x' + ut')$
- 考虑 O' 点
  假设 P 点：$x' = \gamma'(x - ut)$
  相对性原理 $\Rightarrow x' = \gamma(x - ut)$
- 考虑 $t' = t = 0$ 时，从 O（或 O'）沿 x 轴发出的一束光
  光速不变原理 $\Rightarrow x = ct, \quad x' = ct'$



图：相对匀速运动的坐标系

洛仑兹变换的推导

$$x = \gamma(x' + ut') \qquad x = ct$$

$$x' = \gamma(x - ut) \qquad x' = ct'$$

由以上方程组可以求解出

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \geq 1, \qquad \beta = \frac{u}{c}$$

所以有洛仑兹变换 $\begin{cases} x' = \gamma(x - ut) \\ t' = \gamma(t - \frac{u}{c^2}x) \end{cases}$

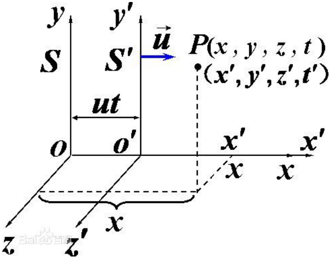


图: 相对匀速运动的坐标系

洛仑兹变换的推导

$$x = \gamma(x' + ut') \qquad x = ct$$
$$x' = \gamma(x - ut) \qquad x' = ct'$$

由以上方程组可以求解出

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \geq 1, \qquad \beta = \frac{u}{c}$$

所以有洛仑兹变换 $\begin{cases} x' = \gamma(x - ut) \\ t' = \gamma(t - \frac{u}{c^2}x) \end{cases}$

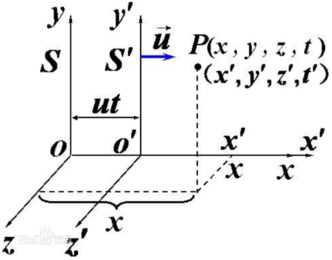


图: 相对匀速运动的坐标系

关于洛仑兹变换的讨论

1. 在狭义相对论中，洛仑兹变换占据中心地位；
2. 同一事件在不同惯性系下的坐标变换;
3. 时空不可分割;
4. 真空中物体速度的上限是光速;
5. 伽利略变换是洛仑兹变换在低速运动时的近似

$$u \ll c \quad \Rightarrow \quad \beta \to 0, \quad \gamma \to 1 \begin{cases} x' = \gamma(x - ut) & \to x - ut \\ t' = \gamma(t - \frac{u}{c^2}x) & \to t \end{cases}$$

洛仑兹变换

$$\begin{cases} x' = \gamma(x - ut) \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \gamma(t - \frac{u}{c^2}x) \end{cases}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \geq 1$$

$$\beta = \frac{u}{c}$$

关于洛仑兹变换的讨论

1. 在狭义相对论中，洛仑兹变换占据中心地位；
2. 同一事件在不同惯性系下的坐标变换;
3. 时空不可分割;
4. 真空中物体速度的上限是光速;
5. 伽利略变换是洛仑兹变换在低速运动时的近似

$$u \ll c \quad \Rightarrow \quad \beta \to 0, \quad \gamma \to 1 \begin{cases} x' = \gamma(x - ut) & \to x - ut \\ t' = \gamma(t - \frac{u}{c^2}x) & \to t \end{cases}$$

洛仑兹变换

$$\begin{cases} x' = \gamma(x - ut) \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \gamma(t - \frac{u}{c^2}x) \end{cases}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \geq 1$$

$$\beta = \frac{u}{c}$$

关于洛仑兹变换的讨论

1. 在狭义相对论中，洛仑兹变换占据中心地位；
2. 同一事件在不同惯性系下的坐标变换;
3. 时空不可分割;
4. 真空中物体速度的上限是光速;
5. 伽利略变换是洛仑兹变换在低速运动时的近似

$$u \ll c \quad \Rightarrow \quad \beta \to 0, \quad \gamma \to 1 \begin{cases} x' = \gamma(x - ut) & \to x - ut \\ t' = \gamma(t - \frac{u}{c^2}x) & \to t \end{cases}$$

洛仑兹变换

$$\begin{cases} x' = \gamma(x - ut) \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \gamma(t - \frac{u}{c^2}x) \end{cases}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \geq 1$$

$$\beta = \frac{u}{c}$$

关于洛仑兹变换的讨论

1. 在狭义相对论中，洛仑兹变换占据中心地位；
2. 同一事件在不同惯性系下的坐标变换;
3. 时空不可分割;
4. 真空中物体速度的上限是光速;
5. 伽利略变换是洛仑兹变换在低速运动时的近似

$$u \ll c \quad \Rightarrow \quad \beta \to 0, \quad \gamma \to 1 \begin{cases} x' = \gamma(x - ut) & \to x - ut \\ t' = \gamma(t - \frac{u}{c^2}x) & \to t \end{cases}$$

洛仑兹变换

$$\begin{cases} x' = \gamma(x - ut) \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \gamma(t - \frac{u}{c^2}x) \end{cases}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \geq 1$$

$$\beta = \frac{u}{c}$$

关于洛仑兹变换的讨论

洛仑兹变换

$$\begin{cases} x' = \gamma(x - ut) \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \gamma(t - \frac{u}{c^2}x) \end{cases}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \geq 1$$

$$\beta = \frac{u}{c}$$

1. 在狭义相对论中，洛仑兹变换占据中心地位;
2. 同一事件在不同惯性系下的坐标变换;
3. 时空不可分割;
4. 真空中物体速度的上限是光速;
5. 伽利略变换是洛仑兹变换在低速运动时的近似

$$u \ll c \quad \Rightarrow \quad \beta \to 0, \quad \gamma \to 1 \begin{cases} x' = \gamma(x - ut) & \to x - ut \\ t' = \gamma(t - \frac{u}{c^2}x) & \to t \end{cases}$$

洛仑兹速度变换

$$\begin{cases} x' = \gamma(x - ut) \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \gamma(t - \frac{u}{c^2}x) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} dx' = \gamma(dx - udt) = \gamma(v_x - u)dt \\ dy' = dy \\ dz' = dz \\ dt' = \gamma(dt - \frac{u}{c^2}dx) = \gamma(1 - \frac{uv_x}{c^2})dt \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} v_x' = \frac{dx'}{dt'} = \frac{v_x - u}{1 - \frac{uv_x}{c^2}} \\ v_y' = \frac{dy'}{dt'} = \frac{v_y}{\gamma(1 - \frac{uv_x}{c^2})} \\ v_z' = \frac{dz'}{dt'} = \frac{v_z}{\gamma(1 - \frac{uv_x}{c^2})} \end{cases}$$

- $u \ll c, v_x \ll c \Rightarrow \gamma \to 1, \ \frac{uv_x}{c^2} \to 0$
  $v_x' = v_x - u, \ v_y' = v_y, \ v_z' = v_z$
- $u = c \Rightarrow v_x' = -c$
- $v_x = c \Rightarrow v_x' = c$

洛仑兹速度变换

$$\begin{cases} x' = \gamma(x - ut) \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \gamma(t - \frac{u}{c^2}x) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} dx' = \gamma(dx - udt) = \gamma(v_x - u)dt \\ dy' = dy \\ dz' = dz \\ dt' = \gamma(dt - \frac{u}{c^2}dx) = \gamma(1 - \frac{uv_x}{c^2})dt \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} v'_x = \frac{dx'}{dt'} = \frac{v_x - u}{1 - \frac{uv_x}{c^2}} \\ v'_y = \frac{dy'}{dt'} = \frac{v_y}{\gamma(1 - \frac{uv_x}{c^2})} \\ v'_z = \frac{dz'}{dt'} = \frac{v_z}{\gamma(1 - \frac{uv_x}{c^2})} \end{cases}$$

- $u \ll c, v_x \ll c \Rightarrow \gamma \to 1, \ \frac{uv_x}{c^2} \to 0$
  $v'_x = v_x - u, \ v'_y = v_y, \ v'_z = v_z$
- $u = c \Rightarrow v'_x = -c$
- $v_x = c \Rightarrow v'_x = c$

洛仑兹速度变换

$$
\begin{cases}
x' = \gamma(x - ut) \\
y' = y \\
z' = z \\
t' = \gamma(t - \frac{u}{c^2}x)
\end{cases}
\Rightarrow
\begin{cases}
dx' = \gamma(dx - udt) = \gamma(v_x - u)dt \\
dy' = dy \\
dz' = dz \\
dt' = \gamma(dt - \frac{u}{c^2}dx) = \gamma(1 - \frac{uv_x}{c^2})dt
\end{cases}
\Rightarrow
$$

$$
\begin{cases}
v'_x = \frac{dx'}{dt'} = \frac{v_x - u}{1 - \frac{uv_x}{c^2}} \\
v'_y = \frac{dy'}{dt'} = \frac{v_y}{\gamma(1 - \frac{uv_x}{c^2})} \\
v'_z = \frac{dz'}{dt'} = \frac{v_z}{\gamma(1 - \frac{uv_x}{c^2})}
\end{cases}
$$

- $u \ll c, v_x \ll c \Rightarrow \gamma \to 1,\ \frac{uv_x}{c^2} \to 0$
  $v'_x = v_x - u,\ v'_y = v_y,\ v'_z = v_z$
- $u = c \Rightarrow v'_x = -c$
- $v_x = c \Rightarrow v'_x = c$

洛仑兹速度变换

$$\begin{cases} x' = \gamma(x - ut) \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \gamma(t - \frac{u}{c^2}x) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} dx' = \gamma(dx - udt) = \gamma(v_x - u)dt \\ dy' = dy \\ dz' = dz \\ dt' = \gamma(dt - \frac{u}{c^2}dx) = \gamma(1 - \frac{uv_x}{c^2})dt \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} v'_x = \frac{dx'}{dt'} = \frac{v_x - u}{1 - \frac{uv_x}{c^2}} \\ v'_y = \frac{dy'}{dt'} = \frac{v_y}{\gamma(1 - \frac{uv_x}{c^2})} \\ v'_z = \frac{dz'}{dt'} = \frac{v_z}{\gamma(1 - \frac{uv_x}{c^2})} \end{cases}$$

- $u \ll c, v_x \ll c \Rightarrow \gamma \to 1,\ \frac{uv_x}{c^2} \to 0$
  $v'_x = v_x - u,\ v'_y = v_y,\ v'_z = v_z$
- $u = c \Rightarrow v'_x = -c$
- $v_x = c \Rightarrow v'_x = c$

洛仑兹速度变换

$$\begin{cases} x' = \gamma(x - ut) \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \gamma(t - \frac{u}{c^2}x) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} dx' = \gamma(dx - udt) = \gamma(v_x - u)dt \\ dy' = dy \\ dz' = dz \\ dt' = \gamma(dt - \frac{u}{c^2}dx) = \gamma(1 - \frac{uv_x}{c^2})dt \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} v'_x = \frac{dx'}{dt'} = \frac{v_x - u}{1 - \frac{uv_x}{c^2}} \\ v'_y = \frac{dy'}{dt'} = \frac{v_y}{\gamma(1 - \frac{uv_x}{c^2})} \\ v'_z = \frac{dz'}{dt'} = \frac{v_z}{\gamma(1 - \frac{uv_x}{c^2})} \end{cases}$$

- $u \ll c, v_x \ll c \Rightarrow \gamma \to 1,\ \frac{uv_x}{c^2} \to 0$
  $v'_x = v_x - u,\ v'_y = v_y,\ v'_z = v_z$
- $u = c \Rightarrow v'_x = -c$
- $v_x = c \Rightarrow v'_x = c$

洛仑兹速度变换

$$\begin{cases} x' = \gamma(x - ut) \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \gamma(t - \frac{u}{c^2}x) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} dx' = \gamma(dx - udt) = \gamma(v_x - u)dt \\ dy' = dy \\ dz' = dz \\ dt' = \gamma(dt - \frac{u}{c^2}dx) = \gamma(1 - \frac{uv_x}{c^2})dt \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} v'_x = \frac{dx'}{dt'} = \frac{v_x - u}{1 - \frac{uv_x}{c^2}} \\ v'_y = \frac{dy'}{dt'} = \frac{v_y}{\gamma(1 - \frac{uv_x}{c^2})} \\ v'_z = \frac{dz'}{dt'} = \frac{v_z}{\gamma(1 - \frac{uv_x}{c^2})} \end{cases}$$

- $u \ll c, v_x \ll c \Rightarrow \gamma \to 1,\ \frac{uv_x}{c^2} \to 0$
  $v'_x = v_x - u,\ v'_y = v_y,\ v'_z = v_z$
- $u = c \Rightarrow v'_x = -c$
- $v_x = c \Rightarrow v'_x = c$

长度收缩

$$\begin{cases} x' = \gamma(x - ut) \\ t' = \gamma(t - \frac{u}{c^2}x) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \Delta x' = \gamma(\Delta x - u\Delta t) \\ \Delta t' = \gamma(\Delta t - \frac{u}{c^2}\Delta x) \end{cases}$$

- 在 S' 系沿 x' 轴静置一把尺子，原长（固有长度）为 $\Delta x'$
- 在 S 系测量时，$\Delta t = 0 \Rightarrow \Delta x' = \gamma \Delta x \geq \Delta x$
- 固有长度最长

长度收缩

$$\begin{cases} x' = \gamma(x - ut) \\ t' = \gamma(t - \frac{u}{c^2}x) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \Delta x' = \gamma(\Delta x - u\Delta t) \\ \Delta t' = \gamma(\Delta t - \frac{u}{c^2}\Delta x) \end{cases}$$

- 在 S' 系沿 x' 轴静置一把尺子，原长（固有长度）为 $\Delta x'$
- 在 S 系测量时，$\Delta t = 0 \Rightarrow \Delta x' = \gamma \Delta x \geq \Delta x$
- 固有长度最长

长度收缩

$$\begin{cases} x' = \gamma(x - ut) \\ t' = \gamma(t - \frac{u}{c^2}x) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \Delta x' = \gamma(\Delta x - u\Delta t) \\ \Delta t' = \gamma(\Delta t - \frac{u}{c^2}\Delta x) \end{cases}$$

- 在 S' 系沿 x' 轴静置一把尺子，原长（固有长度）为 $\Delta x'$
- 在 S 系测量时，$\Delta t = 0 \Rightarrow \Delta x' = \gamma\Delta x \geq \Delta x$
- 固有长度最长

长度收缩

$$\begin{cases} x' = \gamma(x - ut) \\ t' = \gamma(t - \frac{u}{c^2}x) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \Delta x' = \gamma(\Delta x - u\Delta t) \\ \Delta t' = \gamma(\Delta t - \frac{u}{c^2}\Delta x) \end{cases}$$

- 在 S' 系沿 x' 轴静置一把尺子，原长（固有长度）为 $\Delta x'$
- 在 S 系测量时，$\Delta t = 0 \Rightarrow \Delta x' = \gamma \Delta x \geq \Delta x$
- 固有长度最长

时间延缓

$$\begin{cases} x' = \gamma(x - ut) \\ t' = \gamma(t - \frac{u}{c^2}x) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \Delta x' = \gamma(\Delta x - u\Delta t) \\ \Delta t' = \gamma(\Delta t - \frac{u}{c^2}\Delta x) \end{cases}$$

- 在 S 系的任一位置静置一个时钟，经过一段时间（固有时）为 Δt
- 在 S' 系测量时，$\Delta x = 0 \Rightarrow \Delta t' = \gamma \Delta t \geq \Delta t$
- 固有时最短

时间延缓

$$\begin{cases} x' = \gamma(x - ut) \\ t' = \gamma(t - \frac{u}{c^2}x) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \Delta x' = \gamma(\Delta x - u\Delta t) \\ \Delta t' = \gamma(\Delta t - \frac{u}{c^2}\Delta x) \end{cases}$$

- 在 S 系的任一位置静置一个时钟，经过一段时间（**固有时**）为 Δt
- 在 S' 系测量时，$\Delta x = 0 \Rightarrow \Delta t' = \gamma\Delta t \geq \Delta t$
- 固有时最短

时间延缓

$$\begin{cases} x' = \gamma(x - ut) \\ t' = \gamma(t - \frac{u}{c^2}x) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \Delta x' = \gamma(\Delta x - u\Delta t) \\ \Delta t' = \gamma(\Delta t - \frac{u}{c^2}\Delta x) \end{cases}$$

- 在 S 系的任一位置静置一个时钟，经过一段时间（固有时）为 Δt
- 在 S' 系测量时，$\Delta x = 0 \Rightarrow \Delta t' = \gamma\Delta t \geq \Delta t$
- 固有时最短

时间延缓

$$\begin{cases} x' = \gamma(x - ut) \\ t' = \gamma(t - \frac{u}{c^2}x) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \Delta x' = \gamma(\Delta x - u\Delta t) \\ \Delta t' = \gamma(\Delta t - \frac{u}{c^2}\Delta x) \end{cases}$$

- 在 S 系的任一位置静置一个时钟，经过一段时间（固有时）为 Δt
- 在 S' 系测量时，$\Delta x = 0 \Rightarrow \Delta t' = \gamma \Delta t \geq \Delta t$
- 固有时最短

同时的相对性

$$\begin{cases} x' = \gamma(x - ut) \\ t' = \gamma(t - \frac{u}{c^2}x) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \Delta x' = \gamma(\Delta x - u\Delta t) \\ \Delta t' = \gamma(\Delta t - \frac{u}{c^2}\Delta x) \end{cases}$$

- 在 S 系相距 Δx 同时发生的事件（$\Delta t = 0$）
- 在 S' 系测量时，$\Delta t' = -\frac{u}{c^2}\Delta x \neq 0$

同时的相对性

$$\begin{cases} x' = \gamma(x - ut) \\ t' = \gamma(t - \frac{u}{c^2}x) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \Delta x' = \gamma(\Delta x - u\Delta t) \\ \Delta t' = \gamma(\Delta t - \frac{u}{c^2}\Delta x) \end{cases}$$

- 在 S 系相距 Δx 同时发生的事件（$\Delta t = 0$）
- 在 S' 系测量时，$\Delta t' = -\frac{u}{c^2}\Delta x \neq 0$

同时的相对性

$$\begin{cases} x' = \gamma(x - ut) \\ t' = \gamma(t - \frac{u}{c^2}x) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \Delta x' = \gamma(\Delta x - u\Delta t) \\ \Delta t' = \gamma(\Delta t - \frac{u}{c^2}\Delta x) \end{cases}$$

- 在 S 系相距 Δx 同时发生的事件（$\Delta t = 0$）
- 在 S' 系测量时，$\Delta t' = -\frac{u}{c^2}\Delta x \neq 0$